



À descoberta de padrões:

Rosáceas em Calçada da Ilha Terceira



RICARDO CUNHA TEIXEIRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE
DOS AÇORES, RTEIXEIRA@UAC.PT

Proseguimos a nossa viagem de descoberta de padrões nas calçadas dos Açores. Os padrões que encontramos no dia a dia podem ser classificados de acordo com as simetrias que apresentam. Por uma questão de simplificação, tratamos os exemplos analisados como figuras do plano (ou seja, como conjuntos de pontos do plano) e abstraímos-nos de pequenas imperfeições ou irregularidades. Nas figuras estudadas, deverá haver pelo menos um motivo que se repita. É de realçar que não nos interessa propriamente se esse motivo é uma estrela, uma flor, um desenho abstrato ou outra coisa qualquer, mas sim o modo como se processa essa repetição. Além disso, na análise dos padrões em calçada devemos considerar apenas duas cores: a cor da figura e a cor do fundo.

Recordemos o conceito matemático de simetria. Uma figura tem uma *simetria* sempre que um determinado movimento rígido do plano a transforma nela própria, havendo uma sobreposição completa da figura transformada com a figura inicial. O conjunto das simetrias de uma figura chama-se *grupo de simetria*. Existem quatro tipos de simetria, que encontramos diariamente: *simetria de reflexão* (quando, por exemplo, nos olhamos ao espelho); *simetria de rotação* (num catavento ou nas velas de um moinho); *simetria de translação* (nos pavimentos, quando identificamos um motivo que se repete sucessivamente ao longo de uma faixa, sempre com o mesmo espaçamento entre cópias consecutivas); *simetria de reflexão*

deslizante (nas nossas pegadas quando caminhamos descalços na areia).

Neste artigo, centramos a nossa atenção na classificação de figuras que apresentam simetrias de rotação e, em alguns casos, simetrias de reflexão. Essas figuras chamam-se *rosáceas*. Apenas duas situações podem ocorrer: o seu grupo de simetria é um *grupo cíclico* C_n (são figuras com n simetrias de rotação) ou um *grupo diedral* D_n (são figuras com n simetrias de rotação e n simetrias de reflexão). As simetrias de rotação têm todas o mesmo centro e estão associadas a amplitudes de $360/n$ graus e aos seus múltiplos. Os eixos de simetria, quando existem, passam todos pelo centro de rotação.

Parece muito complicado, mas não é! Na prática, apenas é necessário identificar o motivo que se repete em torno do centro de rotação e contar o número de repetições (n). Depois, resta verificar se só há simetrias de rotação (C) ou se também há simetrias de reflexão (D).

Por exemplo, um quadrado sobrepõe-se a si próprio se for aplicada uma rotação de 90 graus em torno do seu centro. Essa rotação é, portanto, uma simetria do quadrado. Mas existem outras simetrias do quadrado: as rotações de 180 graus, 270 graus e 360 graus e as reflexões associadas às duas diagonais do quadrado e às duas mediatrizes dos pares de lados paralelos do quadrado. Ao todo o quadrado apresenta 8 simetrias (4 simetrias de rotação e 4 simetrias de reflexão), pelo que tem grupo de simetria D_4 .

Note-se que as figuras com grupo de simetria C_1 são consideradas assimétricas, pois não possuem simetrias não triviais, apenas a identidade, que pode ser vista como uma rotação trivial de 0 graus (ou de qualquer múltiplo de 360 graus).

Passamos a analisar alguns exemplos de rosáceas em calçada da ilha Terceira. Começamos por uma borboleta com um eixo de simetria vertical e, portanto, com grupo de simetria D_1 , que pode ser apreciada no Jardim Duque da Terceira, em Angra do Heroísmo (Fig. 1). Esta borboleta foi uma das

rosáceas escolhidas para o Baralho de Cartas das Calçadas dos Açores, um trabalho conjunto com Jorge Nuno Silva, Carlos Pereira dos Santos e Alda Carvalho, da Associação Ludus. Na sequência do levantamento das simetrias das calçadas das 9 ilhas dos Açores, efetuado em 2013 (<http://sites.uac.pt/rteixeira/simetrias/>), foi desenvolvido este baralho de cartas que contempla exemplos em calçada de todas as ilhas. Cada carta dos naipes de espadas e copas contém dois desafios: reconhecer o local a que se refere a respetiva ilustração e identificar as suas simetrias. As respostas a estes desafios encontram-se, respetivamente, nos naipes de paus e ouros. Para ajudar na classificação das simetrias, os jokers são espelhos.

O jardim Duque da Terceira apresenta muitos exemplos interessantes de rosáceas em calçada artística. Alguns desses exemplos podem ser apreciados na Fig. 2. São exemplos de rosáceas C_1 , com a exceção das duas borboletas e da marca da pata de um gato, que têm o mesmo grupo de simetria do exemplo escolhido para o baralho de cartas (D_1), e da rosácea do canto inferior direito, que tem grupo de simetria C_3 : não existem simetrias de reflexão (espelho) e identificamos três repetições do motivo em torno do centro de rotação, sendo que o ângulo mínimo de rotação é de $360/3=120$ graus.

Aproveitamos a oportunidade para divulgar o Roteiro de Rosáceas da Ilha Terceira, disponível em PDF para download na página Web referida acima. Também se pode aceder facilmente a esta página ao pesquisar no Google por "Simetrias nos Açores". Na Fig. 3, vemos a primeira página des-

se roteiro.

As calçadas da ilha Terceira são ricas, nomeadamente, em motivos ligados ao culto do Divino Espírito Santo. Na Fig. 4, vemos alguns exemplos de rosáceas C_1 e D_1 do concelho de Angra do Heroísmo, que podem ser apreciadas em Santa Bárbara, em São Bartolomeu e em São Sebastião.

A Fig. 5 apresenta alguns exemplos de rosáceas provenientes da Agualva, do Cabo da Praia e da Vila Nova, no concelho da Praia da Vitória. As rosáceas da linha de cima têm grupo de simetria C_1 . As duas coroas do Espírito Santo da linha de baixo têm grupo de simetria D_1 (identificamos um eixo de simetria vertical), enquanto que a figura do canto inferior direito tem grupo de simetria D_8 (identificamos 8 simetrias de rotação, de amplitude $360/8=45$ graus e dos seus múltiplos, e identificamos 8 eixos de simetria, 4 separam pares de pétalas consecutivas e 4 cortam pétalas opostas ao meio).

Sem dúvida que a Calçada Portuguesa, em particular a calçada da ilha Terceira, encerra muitas simetrias, num convite à descoberta de padrões no mundo que nos rodeia.

