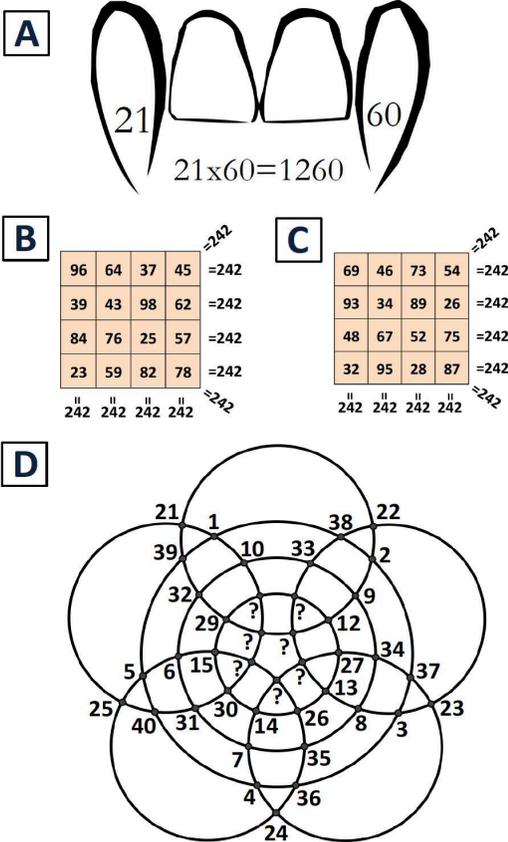


## Curiosidades numéricas:

## Números vampiros, quadrados mágicos e outros desafios de Clifford Pickover



RICARDO CUNHA TEIXEIRA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE  
DOS AÇORES, RTEIXEIRA@UAAC.PT

Clifford Alan Pickover nasceu a 15 de agosto de 1957. Este americano é um reconhecido divulgador da Ciência e da Matemática, tendo publicado até ao momento mais de quarenta livros em mais de uma dúzia de línguas. Pickover obteve o seu doutoramento em Biofísica Molecular e Bioquímica na Universidade de Yale. É membro integrante do centro de investigação Thomas J. Watson da IBM. Já registou mais de quarenta patentes nos EUA e é editor associado de várias revistas científicas.

O principal interesse de Pickover está em encontrar novas maneiras de expandir a criatividade, estabelecendo conexões entre áreas aparentemente díspares do esforço humano, como a Arte, a Ciência e a Matemática. Em “O Livro da Matemática”, publicado em Portugal pela Librero, em 2011, Pickover defende que a Matemática permite cultivar um estado permanente de encanto sobre “a natureza da mente, os limites do pensamento e o nosso lugar neste vasto Universo”. Para este divulgador, “a Matemática está presente em qualquer domínio do esforço científico. Pode ser usada para explicar as cores do pôr do Sol ou a arquitetura do nosso cérebro

e ajudar-nos a explorar as realidades da quântica subatómica e a retratar as galáxias longínquas”.

Em 1994, Pickover introduziu uma nova classe de números, de certa forma peculiar: os números vampiros. Segundo o autor, trata-se de “uma metáfora numérica ao conceito clássico de vampiro”. No capítulo 30 do livro “Keys to Infinity”, publicado em 1995 pela John Wiley & Sons, Pickover explora esta classe de números. Um número vampiro é um número natural,  $v$ , com um número par de algarismos ( $n$ ), que pode ser escrito como um produto de dois números naturais,  $x$  e  $y$ , cada um com metade do número de algarismos ( $n/2$ ) e de forma a que os algarismos utilizados sejam os mesmos (eventualmente escritos por ordem diferente). Os fatores  $x$  e  $y$  funcionam como as presas de um vampiro (os seus dois dentes mais salientes)! Vejamos alguns exemplos:  $1260 = 21 \times 60$  (Fig. A);  $1395 = 15 \times 93$ ;  $1435 = 35 \times 41$ ;  $1530 = 30 \times 51$ ;  $1827 = 21 \times 87$ ;  $2187 = 27 \times 81$ ;  $6880 = 80 \times 86$ . Note-se que utilizamos precisamente os mesmos algarismos do lado esquerdo e do lado direito de cada igualdade. Existem 7 números vampiros com 4 algarismos (os que acabamos de indicar), 148 números vampiros com 6 algarismos, 3228 números vampiros com 8 algarismos e 108 454 números vampiros com 10 algarismos. E a contagem prossegue! Há quem se dedique a identificar e contar números vampiros com um determinado número de algarismos.

Na fatorização de um número vampiro, apenas um dos fatores pode ser múltiplo de 10 (ou seja, apenas um dos fatores pode ter o 0 como algarismo das unidades). Assim, 1260 é um número vampiro uma vez que  $1260 = 21 \times 60$ , mas 126 000 já não é um número vampiro apesar de  $126\ 000 = 210 \times 600$ .

Isto porque, no segundo caso, ambos os fatores são múltiplos de 10.

Vejamos outras situações curiosas. Um número vampiro pode ter mais de um par de presas. Por exemplo,  $125\ 460 = 204 \times 615 = 246 \times 510$ , ou seja,  $(204,615)$  e  $(246,510)$  são pares de presas diferentes para o mesmo número vampiro. Encontrar pares de presas para números vampiros pode ser um exercício altamente motivador, mas também fastidioso. Há registo, por exemplo, de um número vampiro com 70 algarismos para o qual foram encontrados 100 025 pares de presas diferentes!

Há também números vampiros com presas especiais, como o 117 067. Tem-se  $117\ 067 = 167 \times 701$ , sendo 167 e 701 dois números primos. Chama-se primo a todo o número natural superior a um que tenha apenas dois divisores naturais distintos, o número um e ele próprio. Os números primos desempenham um papel importante na Matemática e, ao longo da nossa História, têm sido objeto da atenção de muitos investigadores. Outro desafio interessante consiste em encontrar números vampiros em numeração romana. Por exemplo, VIII = IIxIV.

Pickover também é adepto de quadrados mágicos. No livro “A Passion for Mathematics”, publicado em 2005 pela John Wiley & Sons, o autor apresenta-nos alguns exemplos interessantes de quadrados mágicos. Recorde-se que, num quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado é constante. Esse valor designa-se por constante mágica.

Destaca-se um quadrado mágico de ordem 4 (Fig. B), com 4 linhas e 4 colunas, em que a sua constante mágica é igual a 242. Por exemplo, ao adicionarmos os números da primeira linha obtemos  $96+64+37+45 = 242$ . O mesmo valor é obtido se adicionarmos os números de cada uma das restantes linhas, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado. O interessante é que se trocarmos de posição os dois algarismos de cada um dos dezasseis números deste quadrado obtemos um novo quadrado mágico (Fig. C) com a mesma constante mágica!

No seu livro “A Passion for Mathematics”, Pickover apresenta-nos outros desafios como é o caso de interessantes circunferências mágicas (Fig. D): a soma dos números de cada uma dessas circunferências é constante e igual a 205. Note-se que temos ao todo 8 circunferências, 3 circunferências concêntricas (com o mesmo centro) e 5 circunferências periféricas. Cada circunferência tem 10 números associados, cuja soma é igual a 205. Por exemplo, para as duas circunferências concêntricas com maior raio obtemos:  $1+39+5+40+4+36+3+37+2+38=205$  e  $10+32+6+31+7+35+8+34+9+33=205$ . O desafio consiste em tentar encontrar os 7 números em falta de forma a que se obtenha sempre o mesmo valor (205) para a soma dos números das restantes 6 circunferências. Aventure-se a desvendar este mistério!

A ideia original das circunferências mágicas deve-se a W. S. Andrews, que publicou o desafio da Fig. D na segunda edição do livro “Magic Squares and Cubes”. A publicação data de 1917, há quase um século.

Apresenta-se a solução no próximo parágrafo. Contudo, aconselha-se o leitor a não espreitar a solução antes de tentar resolver o desafio. De facto, o prazer da descoberta ultrapassa em larga medida a tentação de espreitar a solução. E esta é uma das grandes vantagens da Matemática!

Solução (de cima para baixo, da esquerda para a direita): 11, 28, 20, 19, 16, 18 e 17.