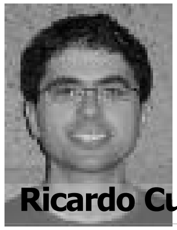
Um truque matemático para gulosos



Ricardo Cunha Teixeira

Um dos aspetos mais apelativos da Matemática reside nas múltiplas formas que temos de apreciar esta ciência. A procura incessante por padrões, sejam eles numéricos, geométricos ou de outra natureza qualquer, pode constituir uma atividade altamente motivadora. Nas últimas décadas, a Matemática Recreativa tem vindo a assumir um papel de maior destaque na sensibilização da opinião pública para a importância da Matemática através da exploração da sua vertente prática por intermédio, por exemplo, de quebra-cabeças e de jogos matemáticos.

Atualmente, a Matemática Recreativa assume-se mesmo como uma área de investigação em ascensão. Prova disso são os encontros internacionais *Gathering 4 Gardner* (EUA) e *Gathering 4 Gardner Europe/Recreational Mathematics Colloquium* (Portugal). Estes encontros decorrem em anos alternados e reúnem investigadores em Matemática Recreativa dos cinco continentes. Outro exemplo interessante é a revista *Recreational Mathematics Magazine*, disponível online em http://rmm.ludus-opuscula.org, que reúne artigos de grande qualidade.

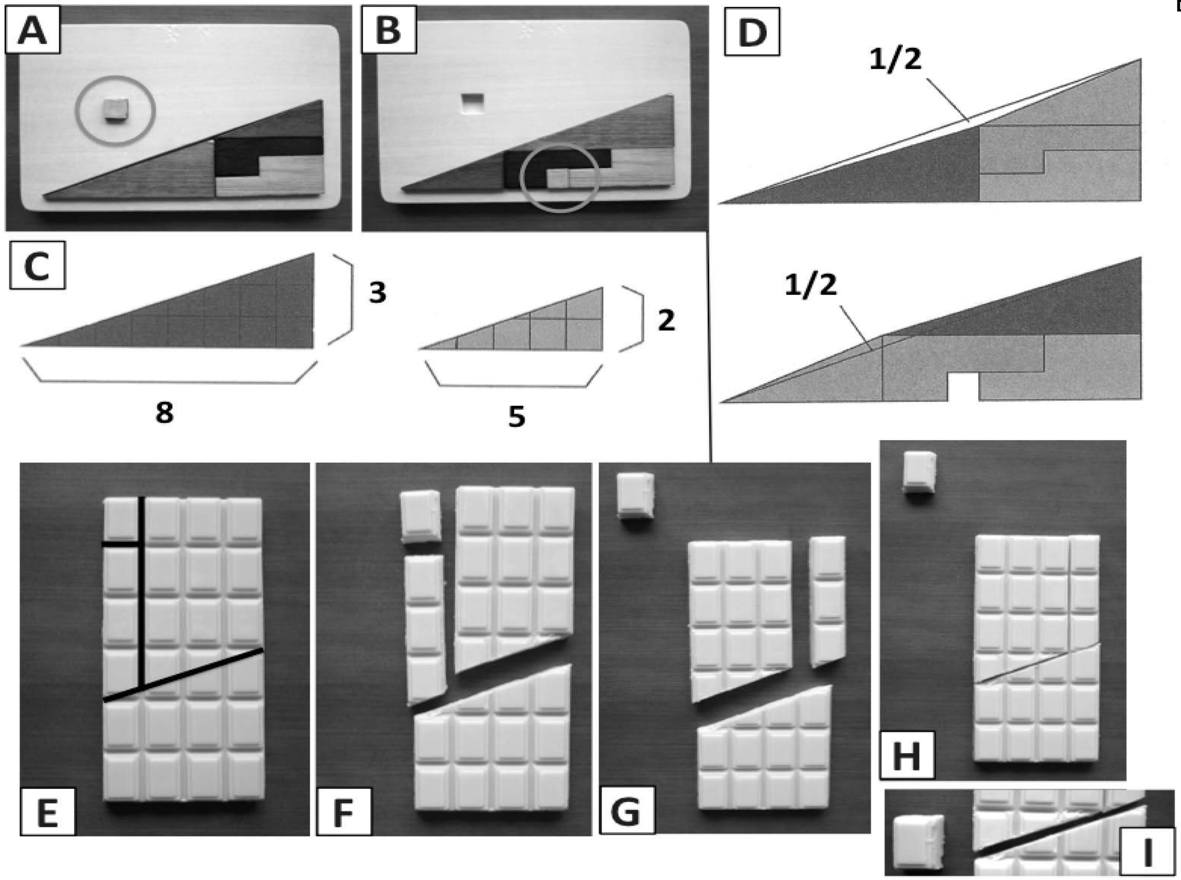
Neste texto, apresentamos um intrigante puzzle geométrico. Chama-se *Missing Square* e foi desenvolvido em 1953 pelo mágico nova-iorquino Paul Curry. Em Portugal, este puzzle integrou a coleção *Jogos com História*, distribuída pelo *Público/Visão,* da autoria de Carlos Pereira dos Santos, João Pedro Neto e Jorge Nuno Silva.

Este quebra-cabeças é composto por quatro peças principais que admitem duas disposições diferentes e por um quadrado utilizado apenas na segunda disposição (Figuras A e B). Repare-se que ambas as arrumações parecem ajustar-se ao triângulo retângulo saliente no tabuleiro de madeira (note-se que um triângulo retângulo é um triângulo em que dois dos seus lados formam um ângulo reto, ou seja, um ângulo com medida de amplitude de 90 graus; esses lados designam-se por catetos, enquanto que o lado que se opõe ao ângulo reto chama-se hipotenusa). Na Figura A, as quatro peças parecem sobrepor de forma exata o triângulo retângulo saliente no tabuleiro, enquanto que na Figura B parece ser necessário um quadrado adicional. Aparentemente, trata-se de algo paradoxal, uma vez que as peças são as mesmas e, por esse motivo, devem ocupar a mesma área.

Será este um paradoxo capaz de abalar todo o edifício matemático? A resposta é negativa. Trata-se, simplesmente, de uma ilusão de ótica. Se utilizarmos como unidade de medida o lado do quadrado, podemos calcular os declives das hipotenusas das duas peças em forma de triângulo retângulo (Figura C). A hipotenusa do triângulo mais pequeno tem declive 2/5 e a do maior, 3/8. Esta diferença constitui a chave para a compreensão do problema: em qualquer uma das duas arrumações, as hipotenusas das peças triangulares não estão alinhadas. No entanto, os nossos olhos não detetam essa diferença mínima. A figura D ilustra a solução para este enigma: as arrumações das Figuras A e B não são verdadeiramente triângulos, na medida em que as hipotenusas não são segmentos de reta, mas antes "linhas quebradas".

Calculemos as áreas das diferentes peças. A área do quadrado (lado x lado) vale 1. As duas peças em forma de L são construídas a partir de 7 e de 8 quadrados, pelo que as suas áreas são, respetivamente, 7 e 8. Como a área de um triângulo retângulo é igual a metade do produto dos comprimentos dos dois catetos, de acordo com a figura C, as duas peças triangulares têm áreas iguais a 2x5/2=5 e 3x8/2=12. Ora, ao adicionarmos as áreas das quatro peças principais, chegamos à conclusão que a arrumação de peças da Figura A tem área igual a 32. Se adicionarmos a área do quadrado em madeira, obtemos 33, valor da área da arrumação de peças da Figura B. Por sua vez, se calcularmos a área do triângulo saliente no tabuleiro, obtemos 5x13/2=32,5. Ora, a diferença entre as áreas das duas configurações e a área do triângulo saliente no tabuleiro é mínima (1/2=0,5), como se ilustra na figura D, o que passa despercebido aos nossos olhos.

DR



Recentemente, tem circulado na Web um truque com uma tablete de chocolate, que se baseia no mesmo tipo de ilusão de ótica do *Missing Square.* O *"truque do chocolate infinito"* (https://youtu.be/1ozW0Ow1AZ0) apresenta, ao que parece, a fórmula secreta ideal para os mais gulosos: como retirar um quadradinho de um tablete de chocolate, deixando-a ficar exatamente igual ao que estava no início!

Vejamos em que consiste este truque. Deve-se cortar uma tablete 4 por 6, de acordo com os cortes assinalados na Figura E. Em seguida, reorganizam-se as partes cortadas de forma a que a tablete continue a ter a configuração de 4 por 6, deixando-se um quadradinho de fora (Figuras F a H). Que fantástico! Foi possível retirar um quadradinho de chocolate, mantendo a tablete inalterada! Podemos, então, repetir este processo por toda a eternidade e nunca nos faltará chocolate! Será mesmo assim?

Mais uma vez, trata-se de uma ilusão de ótica pois a área do quadradinho retirado corresponde à área da região indicada na Figura I, que está em falta no final do processo de corte e rearranjo das partes da tablete, pormenor que passa despercebido aos olhares menos atentos. Lamento informar os leitores mais gulosos que ainda não é desta que se encontrou a fórmula milagrosa do chocolate infinito!

06.07.2015