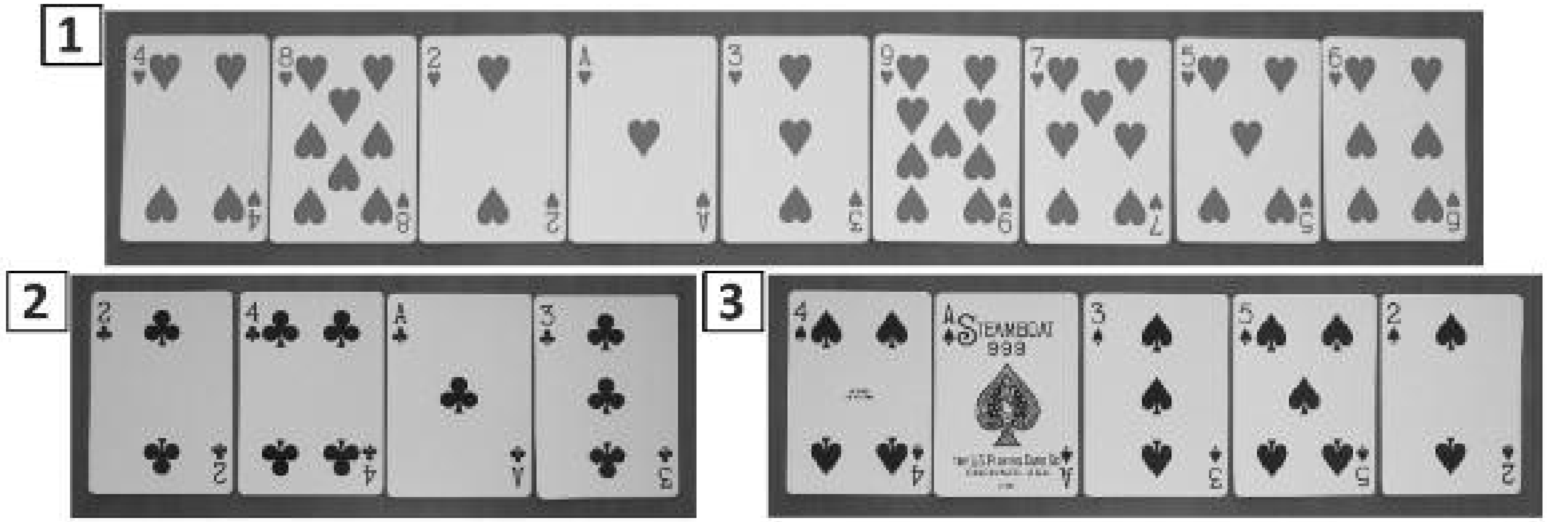
Critérios de divisibilidade e truques com cartas

Ricardo Cunha Teixeira



DR

Martin Gardner (1914-2010) foi um excelente divulgador de Matemática Recreativa. Durante mais de 25 anos escreveu uma coluna intitulada "Jogos Matemáticos" para a *Scientific American*, revista americana de divulgação científica. Escreveu também com regularidade para a revista *Skeptical Inquirer* e foi autor de mais de 70 obras. O seu trabalho inspirou centenas de leitores a apreciar e a querer saber mais sobre o vasto mundo da Matemática. Gardner é conhecido por apresentar interessantes enigmas e desafios matemáticos. Neste texto, analisamos três problemas da sua autoria.

Problema 1: "Nove cartas de um baralho de cartas, com valores diferentes, do um (Ás) ao nove (9), são misturadas dentro de um chapéu. Em seguida, retiram-se as nove cartas, uma a uma, e alinham-se as cartas ao longo de uma fila, à medida que são retiradas, de modo a formar um número com nove algarismos. Qual é a probabilidade de o número obtido ser divisível por 9?" (ver um exemplo na figura 1).

Problema 2: "E se repetirmos o mesmo procedimento, mas agora com quatro cartas, com valores diferentes, do um (Ás) ao quatro (4), qual é a probabilidade de o número obtido ser divisível por 3?" (ver um exemplo na figura 2).

Problema 3: "Finalmente, se repetirmos o procedimento explicado, utilizando cinco cartas, com valores diferentes, do um (Ás) ao cinco (5), qual é a probabilidade de o número obtido ser divisível por 3?" (ver um exemplo na figura 3).

À primeira vista, o leitor pode pensar que a resolução destes problemas requer cálculos muito sofisticados, mas a verdade é que o poder de sistematização da Matemática permite-nos, muitas vezes, ultrapassar com facilidade situações que parecem de difícil resolução.

O segredo para uma rápida resposta a estes problemas reside no conhecimento dos critérios de divisibilidade do 3 e do 9. Aproveitamos, por isso, a oportunidade para rever alguns dos principais critérios de divisibilidade. Como forma de testar a informação que apresentaremos de seguida, o leitor pode socorrer-se de um número com vários algarismos que tenha à mão. Nos exemplos abaixo, utilizaremos o ISBN-13 do livro *Grupos de Simetria: Identificação de Padrões no Património Cultural dos Açores,* publicado recentemente pela Associação Ludus e pela Apenas Livros, da autoria conjunta de Ricardo Teixeira, Susana Costa e Vera Moniz. O número é o seguinte: 9 789 896 185 039.

No que se segue, vamos considerar apenas números naturais, ou seja, números inteiros positivos (1, 2, 3, 4, ...). Diz-se que a é divisível por *b*, que *b* divide *a* ou, ainda, que *a* é um múltiplo de *b*, se *a* se obtém adicionando *b* um determinado número de vezes (por outras palavras, o resto da divisão de *a* por *b* é igual a 0). Por exemplo, 12 é divisível por 4, pois 12=4+4+4=3x4.

Critério de divisibilidade do 2: Um número é divisível por 2 se e só se o seu algarismo das unidades for par. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 2 pois o algarismo das unidades (9) é ímpar.

Critério de divisibilidade do 3: Adicionam-se todos os algarismos de um número. Se o resultado for um número com mais de um algarismo, repete-se o processo, até obter um número com um só algarismo, que se designa por raiz digital do número inicial. Um número é divisível por 3 se e só se a sua raiz digital for 0, 3, 6 ou 9. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 3 pois, ao adicionarmos todos os seus algarismos, obtemos 82; em seguida, ficamos com 8+2=10 e 1+0=1, pelo que a sua raiz digital é igual a 1.

Critério de divisibilidade do 4: Um número é divisível por 4 se e só se o número formado pelos seus dois últimos algarismos for divisível por 4. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 4 pois 39 não é divisível por 4 (36=9x4 e 40=10x4).

Critério de divisibilidade do 5: Um número é divisível por 5 se e só se o seu algarismo das unidades for 0 ou 5. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 5 pois o algarismo das unidades (9) é diferente de 0 e de 5.

Critério de divisibilidade do 6: Um número é divisível por 6 se e só se cumprir em simultâneo os critérios de divisibilidade do 2 e do 3. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 6 pois não é divisível por 2 (nem por 3).

Critério de divisibilidade do 8: Um número é divisível por 8 se e só se o número formado pelos seus três últimos algarismos for divisível por 8. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 8 pois 039=39 não é divisível por 8 (32=4x8 e 40=5x8).

Critério de divisibilidade do 9: Um número é divisível por 9 se e só se a sua raiz digital for igual a 9. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 9 pois a sua raiz digital é igual a 1.

Critério de divisibilidade do 10: Um número é divisível por 10 se e só se o seu algarismo das unidades for 0. Exemplo: 9 789 896 185 039 não é divisível por 10 pois o algarismo das unidades (9) é diferente de 0.

Numa próxima oportunidade, abordaremos outros critérios de divisibilidade. Para já, os critérios analisados permitem responder em poucas linhas aos três problemas apresentados.

Problema 1: A probabilidade é de 100%, pois 1+2+...+9=45 e a raiz digital de 45 é 9.

Problema 2: A probabilidade é de 0%, pois 1+2+3+4=10 e a raiz digital de 10 é 1.

Problema 3: A probabilidade é de 100%, pois 1+2+3+4+5=15 e a raiz digital de 15 é 6.

O leitor pode mesmo aproveitar para aplicar estes critérios de divisibilidade e fazer um brilharete junto de familiares e amigos. Por exemplo, pode virar-se de costas e pedir a um amigo que construa uma sequência de 5 cartas, utilizando cartas numeradas do Ás ao 5, pela ordem que bem entender; sem ver a sequência formada, a sua "intuição de mágico" dar-lhe-á a certeza de que o número é divisível por 3!

Departamento de Matemática
da Universidade dos Açores,
rteixeira@uac.pt