

# Curiosidades numéricas: Os misteriosos quadrados mágicos



**RICARDO CUNHA TEIXEIRA**  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE  
DOS AÇORES, RTEIXEIRA@UAC.PT

Um *quadrado mágico* é uma tabela quadrangular  $N \times N$ , com  $N$  linhas e  $N$  colunas, sendo  $N$  um determinado número natural. A tabela deve ser preenchida com números inteiros de forma a que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado seja sempre a mesma. Esse valor chama-se *constante mágica*.

Existem muitos exemplos interessantes de quadrados mágicos com histórias curiosas. Desde logo, se recuarmos no tempo e viajarmos até à antiga China. Segundo reza a lenda, por volta de 2200 a.C., o imperador Yu terá avistado uma tartaruga a sair do Rio Amarelo. Essa tartaruga apresentava um intrigante padrão formado por pontos pretos e brancos, que se assemelhava a uma grelha  $3 \times 3$ , preenchida com os primeiros 9 números naturais (1-9), dispostos de uma forma curiosa. Recorrendo à atual numeração árabe, a grelha apresentava a configuração do quadrado mágico da figura A, em que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado é sempre a mesma (no caso concreto, 15). Que se tenha conhecimento, esta é a primeira referência histórica a um quadrado mágico.

Os chineses chamam *Lo Shu* ao quadrado mágico da figura A. Muitos utilizam-no como amuleto, pois consideram que o *Lo Shu* simboliza as harmonias internas do Universo. Por vezes, é usado como objeto de adivinhação e de adoração. Se começarmos no 1 e ligarmos, com a ajuda de uma caneta, os números do quadrado mágico por ordem crescente (1-2-3-4-...), obtemos um emaranhado de linhas designado por *yubu*. Este padrão é utilizado por sacerdotes taoístas para se movimentarem no templo.

A China não é a única cultura a apreciar o lado místico dos quadrados mágicos. Ao longo dos tempos, os quadrados mágicos foram venerados pelas mais variadas civilizações. Há evidências que comprovam a utilização de quadrados mágicos pelos índios maias e pelo povo hausa de África. O seu uso já foi bastante criativo. Por exemplo, na Turquia e na Índia, as virgens eram convidadas a bordar quadrados mágicos nas roupas dos guerreiros, que funcionavam como talismãs de proteção. E se um quadrado mágico fosse colocado no ventre de uma mulher em trabalho de parto, acreditava-se que facilitaria o nascimento da criança.

Outro aspeto curioso prende-se com o facto de os astrólogos da Renascença terem usado quadrados mágicos associados aos diferentes planetas do Sistema Solar. Hoje em dia é natu-

ral estranhar e duvidar do poder do oculto atribuído aos quadrados mágicos pelos nossos antepassados, mas a verdade é que também é fácil perceber o fascínio que estes podem despertar. Os quadrados mágicos são como mantras numéricas: fórmulas místicas que convidam à contemplação e que mostram uma harmonia surpreendente num mundo desordenado.

Falemos um pouco dos quadrados mágicos planetários (as figuras A a D apresentam as configurações de quatro desses quadrados). Todos eles são *quadrados mágicos puros*. O que é que isto significa? Ora, um quadrado mágico com  $N$  linhas e  $N$  colunas (diz-se que o quadrado mágico tem ordem  $N$ ) apresenta  $N \times N$  casas para preenchermos com números. Se utilizarmos cada número natural uma e uma só vez, do 1 ao  $N \times N$ , dizemos que esse quadrado é puro.

A constante mágica de um quadrado mágico puro de ordem  $N$  é dada por  $N(N \times N + 1) / 2$ . Por exemplo, para  $N=3$ , obtemos  $3(3 \times 3 + 1) / 2 = 30 / 2 = 15$ . Já para  $N=4$ , vem  $4(4 \times 4 + 1) / 2 = 68 / 2 = 34$ . Assim, todos os quadrados mágicos puros de ordem 3 têm constante mágica 15 e todos os de ordem 4 têm constante mágica 34.

Veamos qual a utilidade atribuída a cada um dos quadrados mágicos planetários. O quadrado de Saturno (figura A) tem ordem 3 e constante mágica 15. É utilizado, por exemplo, para compreender melhor experiências do passado ou para estimular a autodisciplina. O quadrado de Júpiter (figura B) tem ordem 4 e constante mágica 34. Permite estimular o sucesso e a expansão de negócios, o crescimento espiritual e o estabelecimento de novas alianças. Já o quadrado de Marte (figura C), com ordem 5 e constante 65, está relacionado com a tomada de decisões, com a coragem pessoal e a força física. Por sua vez, o quadrado do Sol (figura D), com ordem 6 e constante 111, está associado à percepção dos objetivos pessoais e abertura de novos negócios, à autoconfiança, à saúde e vitalidade.

Os restantes quadrados mágicos planetários são os quadrados de Vénus, de Mercúrio e da Lua, com ordens 7, 8 e 9, respetivamente, e constantes mágicas dadas por 175, 260 e 369, respetivamente. O quadrado de Vénus é um convite ao amor e ao estabelecimento de laços para a vida. O quadrado de Mercúrio apela à concentração e a outros desafios intelectuais. Por fim, o quadrado da Lua está associado à intuição e ao instinto.

Outro aspeto que pode ser considerado nestes quadrados mágicos planetários é a soma de todos os números que compõem o quadrado, que se designa por *soma mística* (esta soma obtém-se multiplicando a constante mágica pelo número total de linhas do quadrado, isto porque, ao adicionar os números de qualquer linha, obtém-se sempre a constante mágica). Por exemplo, o quadrado de Saturno tem soma mística igual a  $15 \times 3 = 45$ ; o de Júpiter,  $34 \times 4 = 136$ ; o de Marte,  $65 \times 5 = 325$ ; e o do Sol,

**A**

4	9	2
3	5	7
8	1	6

**B**

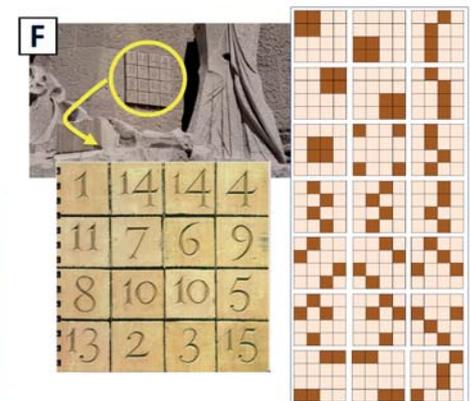
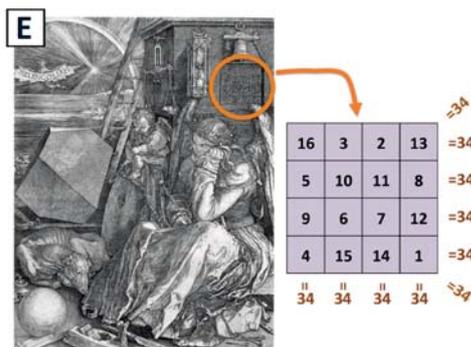
4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

**C**

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

**D**

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31



$111 \times 6 = 666$ .

Estes quadrados mágicos podem ter as mais variadas utilidades. Por exemplo, o leitor pode escolher um destes quadrados e ligar, com a ajuda de uma caneta, alguns dos seus números, obtendo interessantes padrões geométricos, que podem ser usados para efeitos decorativos, ou mesmo como inspiração para uma tatuagem! A escolha dos números e da ordem pela qual devem ser ligados fica ao seu critério. Tanto pode optar por recorrer à sua data de nascimento (ou a outras datas importantes), como também pode pensar numa palavra ou frase e converter as letras em números (recorrendo a uma determinada correspondência, por exemplo, A=1; B=2; ...; Z=26 ou A=J=S=1; B=K=T=2; C=L=U=3; ...). A imaginação é o limite!

Veamos outros exemplos de quadrados mágicos. Em 1514, Albrecht Dürer, conhecido artista da Renascença, pintou um quadro intitulado "Melancolia I", onde figura um quadrado mágico de ordem 4 (figura E). De notar que os dois números centrais da última linha do quadrado permitem ler "1514", o ano em que o quadro foi pintado. Este quadrado mágico puro é praticamente igual ao da figura B, apenas se trocam algumas linhas e colunas. O leitor pode comprovar que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais desse quadrado é sempre igual a 34, a constante mágica de todos os quadrados mágicos puros de ordem 4. Além disso, 34 é a soma

dos números dos cantos ( $16+13+4+1=34$ ) e do quadrado central  $2 \times 2$  ( $10+11+6+7=34$ ). Tente descobrir outras formas de obter 34 ao adicionar quatro números deste quadrado!

Quem for a Barcelona pode apreciar um quadrado mágico na parede da famosa basílica da Sagrada Família. Não é um quadrado mágico tradicional, no sentido em que se repetem números (o que implica que não seja válida a fórmula que apresentámos para os quadrados mágicos puros), mas não deixa de ser menos interessante. Trata-se de um quadrado mágico de ordem 4 com constante mágica 33, a idade em que Jesus Cristo morreu (figura F). Curiosamente, este quadrado mágico obtém-se do quadrado da figura E, rodando-o 180 graus e subtraindo uma unidade aos números 11, 12, 15 e 16 (os números das restantes casas permanecem inalterados).

De notar também que é possível obter o valor 33 de outras formas para além das habituais somas de um quadrado mágico (linha, coluna ou diagonal). Alguns exemplos estão ilustrados na figura F, do lado direito (em cada exemplo, estão assinaladas as posições dos quatro números a adicionar de modo a obter o valor 33). Descubra outras formas de obter a constante mágica!

Hoje em dia, investigadores estudam estes objetos matemáticos em dimensões muito elevadas. Trabalham mesmo com os chamados hiper-cubos mágicos, em que é possível obter a constante mágica em todas as direções correspondentes.