À procura de Fibonacci I

Ricardo Cunha Teixeira

Nos artigos do Tribuna das Ilhas publicados em agosto do ano passado ("Os ananases e a matemática" e "Bem-me-quer, mal-me-quer"), o tema foco foi a famosa sucessão de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,… Recordamos que cada termo desta sequência infinita resulta da soma dos dois anteriores (1+1=2; 1+2=3; 2+3=5; 3+5=8; e assim sucessivamente). Por incrível que possa parecer, estes números surgem um pouco por todo o lado na Natureza. Nos artigos referidos, falámos nos padrões que se encontram no ananás, na cabeça de um girassol e nas pétalas de muitas flores. Contudo, há muitos outros exemplos interessantes. Aproveitamos a oportunidade para traçar um roteiro da Ilha do Faial dedicado à sucessão de Fibonacci.

Primeira paragem: Parque do Capelo. A Reserva Florestal Natural do Parque do Capelo ocupa um espaço de cerca de 96 hectares e apresenta uma diversidade significativa de plantas endémicas. O Pinheiro-Bravo, originário do Mediterrâneo, também marca presença. O parque está devidamente equipado para a realização de piqueniques e oferece várias possibilidades de percursos pedestres. Estes são, sem dúvida, bons motivos para visitar o parque. Dada a abundância de pinheiros na reserva, é possível encontrar pinhas com relativa facilidade.

Em A e B, apresenta-se uma pinha comum fotografada a partir da sua base, com a haste que a liga à árvore no centro. Um olhar atento permite verificar que existem dois conjuntos de espirais: umas enrolam para a esquerda (no sentido contrário aos ponteiros do relógio), outras para a direita (no sentido dos ponteiros do relógio). Um dos conjuntos tem 8 espirais e o outro tem 13, dois números de Fibonacci consecutivos.

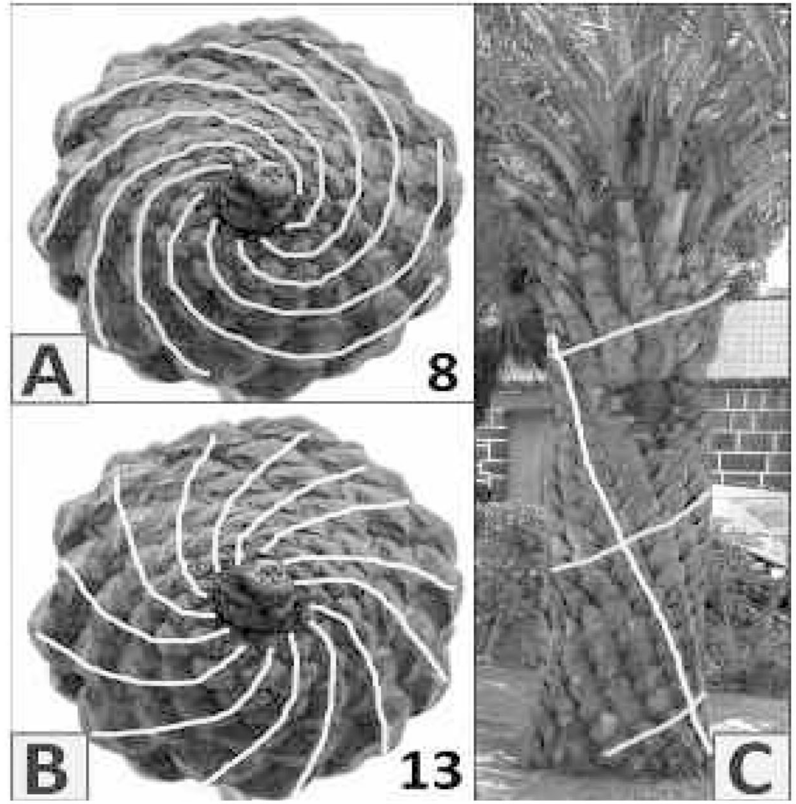
Segunda paragem: Avenida Marginal da cidade da Horta. Concluída no início dos anos sessenta do século passado, a construção da Avenida Marginal veio proteger as habitações contra a força do mar e forneceu uma via rodoviária estruturante do trânsito da cidade. Existem algumas zonas verdes onde é possível encontrar várias palmeiras, nomeadamente Palmeiras das Canárias.

Em C, apresenta-se o tronco de uma dessas palmeiras. Encontramos novamente duas famílias de espirais: umas enrolam para a esquerda, outras para a direita. Na figura identifica-se apenas uma espiral de cada família. As espirais que enrolam no sentido dos ponteiros do relógio sobem de forma mais acentuada do que as outras (na foto é possível verificar que essas espirais não chegam a dar uma volta completa ao tronco, enquanto que as espirais que enrolam no sentido contrário aos ponteiros do relógio dão mais de duas voltas). Se o leitor contar o número de espirais de cada família, obterá novamente os números 8 e 13!

Mas por que motivo observamos com frequência números de Fibonacci nas plantas? A resposta está na forma como crescem. Se observarmos a ponta do rebento de uma planta em crescimento, podemos detetar pequenas protuberâncias, designadas por primórdios, a partir das quais todas as características principais da planta se desenvolvem. A disposição geral das folhas e das pétalas é definida, logo à partida, durante a formação dos primórdios. Sendo assim, basta estudar a forma como os primórdios são distribuídos pela ordem de aparecimento.

O que se observa é que os sucessivos primórdios se encontram distribuídos ao longo de uma espiral, designada por espiral geradora. A característica quantitativa que se destaca é a existência de um ângulo único entre os sucessivos primórdios, que se encontram, por isso, igualmente espaçados ao longo da espiral geradora. A amplitude desse ângulo, designado por ângulo de divergência, anda habitualmente à volta de 137,5 graus. Nos anos noventa do século passado, Stephane Douady e Yves Couder identificaram uma possível causa física para este fenómeno. Os sistemas físicos evoluem normalmente para estados que minimizam a energia. O que sugere a experiência realizada pelos dois físicos é que o ângulo de divergência que caracteriza o crescimento das plantas representa simplesmente um estado de energia mínima para um sistema de rebentos que se repelem mutuamente.

E que relação existe entre o ângulo de divergência e a sucessão de Fibonacci? Se considerarmos pares de termos consecutivos da sucessão e dividirmos cada número pelo anterior, obtemos 1/1=1; 2/1=2; 3/2=1,5; 5/3=1,666…; 8/5=1,6; 13/8=1,625; 21/13= 1,615…; 34/21=1,619… À medida que efetuamos os cálculos, os resultados aproximam se



de um valor particular, umas vezes por defeito, outras por excesso. Esse valor é uma dízima infinita não periódica, aproximadamente igual a 1,618. Representa-se pela letra grega phi e é conhecido por número de ouro. Este número irracional apresenta propriedades fascinantes. No âmbito deste artigo, interessa apenas constatar que, ao dividir 360 graus por phi, se obtém um ângulo de aproximadamente 222,5 graus. Como se trata de um valor superior a 180 graus, devemos considerar o correspondente ângulo convexo e, portanto, subtrair a 360 graus o valor obtido. O resultado é 137,5 graus!

Em 1907, o matemático Iterson mostrou que, ao juntar sucessivamente um conjunto de pontos separados por 137,5 graus ao longo de uma espiral geradora, é possível identificar duas famílias de espirais, umas que enrolam no sentido dos ponteiros do relógio, outras no sentido contrário. Na esmagadora maioria das vezes, o número total de espirais de cada família é um número de Fibonacci. Mais do que isso, os valores são dois números de Fibonacci consecutivos, isto porque a razão entre esses números se aproxima do número de ouro.

Para o próximo artigo, fica prometida a continuação deste itinerário dedicado aos números de Fibonacci.