Universidade dos Açores
Departamento de Ciências da Educação
Aplicações da Matemática

Números de Fibonacci

Propriedades

Docente: Professor Ricardo Teixeira
Discentes: Andreia Fernandes
Gui Correia
Jessica Freitas
Lúcia Pontes

1ª)

- Definição dos Números de Fibonacci:

F_1 = 1º número da sequência = 1

F_2 = 2º número da sequência = 1

F_3 = 3º número da frequência = 2

E assim sucessivamente…

Definição por recorrência…

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2},\ n \geq 3 \end{cases}$$

Ex:

$$F_5 = F_{5-1} + F_{5-2} = F_4 + F_3 = 3 + 2 = 5$$

2ª)

- Ao escrevermos a sequência, o número que se segue assume sempre o valor da soma dos dois números anteriores:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377…

$$8 + 13 = 21$$

3ª)

- Sempre que adicionamos 10 números consecutivos da sequência de Fibonacci e dividimos o seu resultado por 11, obtemos um número desta sequência. Exemplo:

$$\frac{5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55 + 89 + 144 + 233 + 377}{11} = 89$$

4ª)

- Os números de Fibonacci numa posição composta (com exceção de $F_4=3$) são também números compostos, ou seja, se n não é primo então F_n não é primo. Exemplos:

$$F_6 = 8;\ F_8 = 21;\ F_9 = 34 \text{ e } F_{10} = 55;$$

não são números primos (note-se que as ordens desses termos também não são números primos).

5ª)

- Ao adicionarmos números de Fibonacci que se encontram em posições pares consecutivas (F_2, F_4, F_6, …) obteremos sempre um número com uma unidade de diferença que o número que segue na sequência. Por exemplo:

$$F_2 + F_4 + F_6 + F_8 + F_{10} = F_{11} - 1$$

$$1 + 3 + 8 + 21 + 55 = 88$$

$$F_{11} = 89$$

6ª)

- Ao adicionarmos números de Fibonacci que se encontram em posições ímpares consecutivas (F_1, F_3, F_5, …) o seu resultado será igual ao número que se segue na sequência. Por exemplo,

$$F_1 + F_3 + F_5 + F_7 + F_9 = F_{10}$$

$$1 + 2 + 5 + 13 + 34 = 55 \rightarrow F_{10}$$

7ª)

- O resultado da adição de dois números de Fibonacci ao quadrado é sempre o número de Fibonacci correspondente à posição que resulta da adição das posições dos dois números presentes na operação.

$$F_7^2 + F_8^2 = F_{15}$$

$$169 + 441 = 610$$

$$(\ 7 + 8 = 15, \text{ soma das posições})$$

8ª)

- Considerando quatro números consecutivos desta sequência:

$$8;\ 13;\ 21;\ 34;$$

a diferença entre os dois números do meio ao quadrado é igual ao produto entre os dois números que se encontram nos extremos:

$$(21^2 – 13^2) = 8 \times 34 = 272$$

9ª)

- O resultado da adição de vários números consecutivos de Fibonacci ao quadrado é sempre igual ao número de Fibonacci que se segue multiplicado pelo anterior.
- Exemplo:

$$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 = 104$$

(sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 …)

$$8 \times 13 = 104$$

Número que se segue na sequência

10ª)

✓ A diferença entre o produto de dois números de Fibonacci não consecutivos e o quadrado do número da sequência existente entre eles é de 1 unidade. Exemplo:

- 3 x 8 = 24;

  entre o 3 e o 8 está o **5**:

  $5^2 = 25$

  Se o quadrado desse número for ímpar, então o produto entre os outros dois será esse valor menos 1.

- 5 x 13 = 65;

  Entre o 5 e o 13 está o **8**:

  $8^2 = 64$

  Se o quadrado desse número for par, então o produto entre os outros dois será esse valor mais 1.

Universidade dos Açores
Departamento de Ciências da Educação
Aplicações da Matemática

Número de Ouro

Propriedades…

Docente: Professor Ricardo Teixeira
Discentes: Andreia Fernandes
Gui Correia
Jessica Freitas
Lúcia Pontes

"Geometry has two great treasures: one is the theorem of Pythagoras, the other, the division of a line into extreme and mean ratio. The first we may compare to a measure of gold, the second we may name a precious jewel."

Johannes Kepler

Φ

Também conhecido por:

- Proporção Divina;
- Razão Áurea;
- Proporção de Ouro;
- Secção Áurea;
- Relação Áurea;
- Corte Sagrado.

Descrição: Representa uma relação de perfeita proporção do todo para com as partes.

$$\Phi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$$

= Aproximadamente 1,6180339887...

Phi

O número de Ouro é a única raíz positiva da função quadrática

$$Y = f(x) = x^2 - x - 1$$

Os poderes de Phi

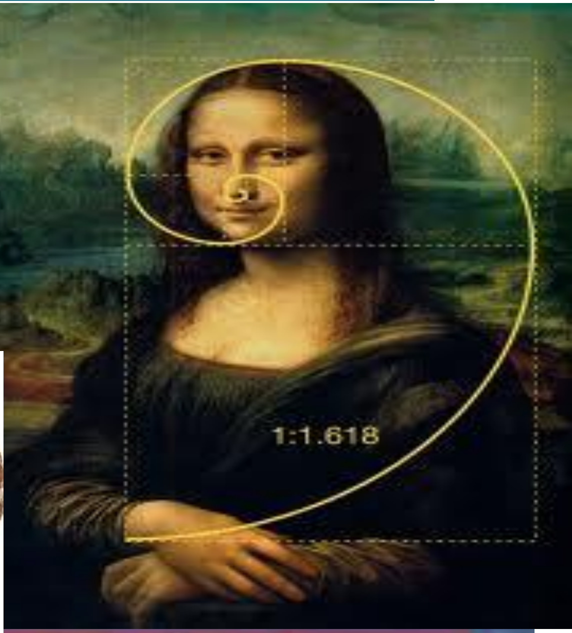
- $\Phi = 1\Phi + 0$;
- $\Phi^2 = 1\Phi + 1$;
- $\Phi^3 = 2\Phi + 1$;
- $\Phi^4 = 3\,\Phi + 2$;
- $\Phi^5 = 5\,\Phi + 3$;
- $\Phi^6 = 8\,\Phi + 5$;
- $\Phi^7 = 13\,\Phi + 8$;
- $\Phi^8 = 21\,\Phi + 13$;
- $\Phi^9 = 34\,\Phi + 21$;
- $\Phi^{10} = 55\,\Phi + 34$;

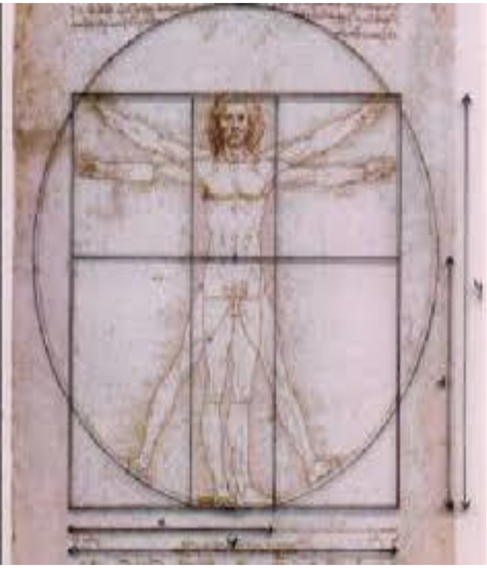
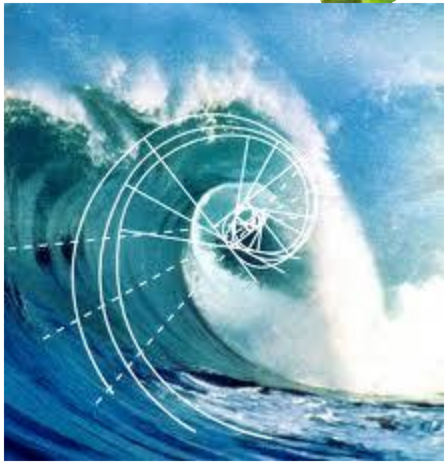
=

Sequência de Fibonacci

Phi está presente em:






- Toda a informação foi retirada de:

Posamentier, A. & Lehmann, I. (2007) *The Fabulous Fibonacci Numbers.* Prometheus Books