Aplicações da Matemática

3º ano da Licenciatura em Educação Básica

Fibonacci

Caderno de Atividades

Universidade dos Açores

Docente: Professor Doutor Ricardo Cunha Teixeira

Discentes: Andreia Fernandes, Gui Correia, Jessica Freitas e Lúcia Pontes

Ponta Delgada, 2013

Antes de falar de Fibonacci, vamos recordar que:

Sucessões são sequências infinitas de números reais, dispostos por uma certa ordem. Apresentamos, como exemplo, a sucessão de números pares:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ...

Também podemos falar em sequências finitas, por exemplo, nos múltiplos não negativos de 3 até 30:

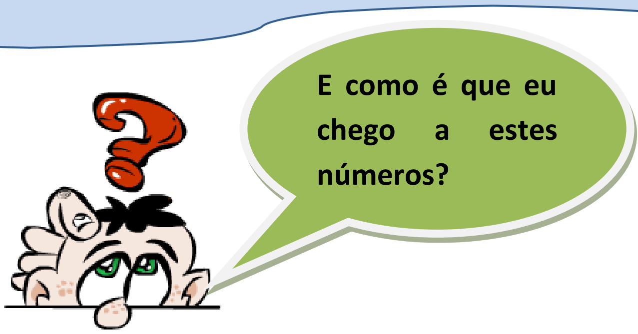
0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 e 30.

Uma das mais famosas sucessões é a de **Fibonacci.**

Leonardo de Pisa, conhecido por Fibonacci, foi um matemático italiano que descobriu esta sucessão, no séc. XIII. Desde então, muitos matemáticos dedicaram-se ao seu estudo e foram encontradas várias aplicações na natureza e em diversas formas de arte. Por esta razão, a sucessão de Fibonacci é conhecida como uma das maravilhas da matemática.

Trata-se de uma sequência infinita, cujos primeiros termos são:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



É fácil perceber a regra que permite obter os termos desta sucessão! 

Começa-se por 1 e 1; os números que se seguem na sequência resultam da soma dos dois números imediatamente anteriores.

Assim:

1+1=2, 2+1=3, 3+2=5, 5+3=8, 8+5=13, 13+8=21,

e assim sucessivamente. É fácil, não é?

**Será que consegues continuar a sequência de Fibonacci até atingires um termo superior a 200?**

Um problema de coelhos...

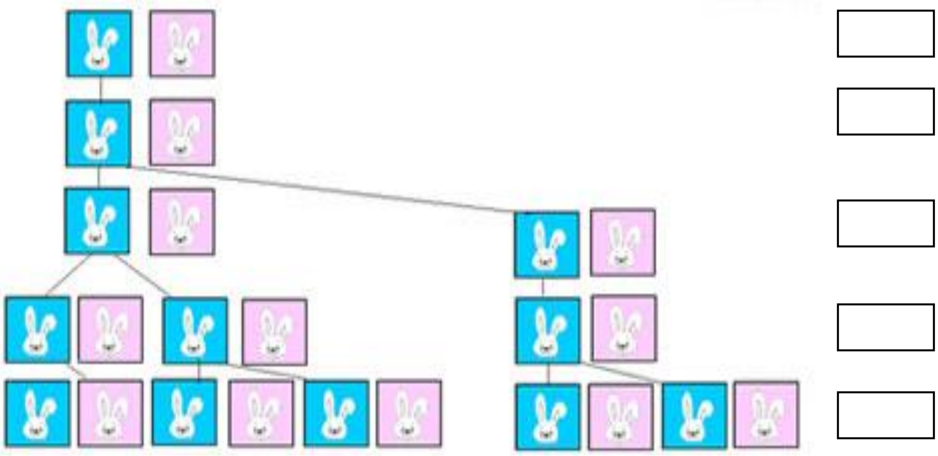
Determina o número de casais de coelhos que existirão ao fim de um ano, supondo que:

1- No início do primeiro mês, é colocado no local um casal de coelhos bebés;

2- Os casais tornam-se adultos e passam a reproduzir-se passado o primeiro mês de vida;

3- No início de cada mês, cada casal adulto pode procriar e dar à luz mais um casal de coelhos no mês seguinte;

4- Os coelhos não morrem.



a) A figura traduz as condições do problema. Indica, nas caixas em branco, o número de casais de coelhos que existem em cada mês.

b) Quantos casais de coelhos existirão ao fim de um ano (12 meses)?

c) E ao fim de 2 anos?

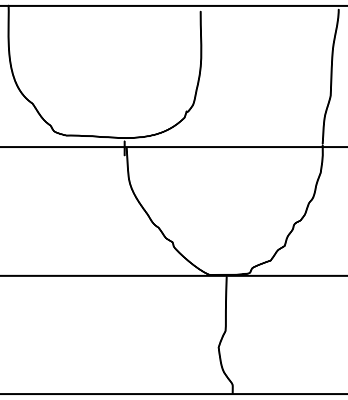
Ramos que crescem como malucos!

Os ramos das plantas crescem de várias maneiras diferentes. Uma das formas segue a seguinte regra:

1. A planta ramifica-se em duas partes;
2. Na próxima oportunidade de ramificar, apenas um dos ramos o faz. O outro descansa da ramificação, mas ainda cresce;
3. A parte que descansa está pronta para ramificar em duas partes na próxima oportunidade;
4. Este padrão repete-se indefinidamente.

A oportunidade de ramificar ocorre em intervalos regulares de 1 semana.

	Número de ramos
Semana 7	
Semana 6	
Semana 5	
Semana 4	
Semana3	3
Semana 2	2
Semana 1	1



a) Desenha os ramos da planta e marca o número de ramos que existem em cada semana.
b) Quando podemos esperar conseguir mais de 1000 ramos?

Sabias que...

Sempre que dividimos um termo da sucessão de Fibonacci pelo termo anterior, verificamos que:

$1/1 = 1$ $2/1 = 2$ $3/2 = 1,5$ $5/3 \approx 1,66$ $8/5 \approx 1,6$

$13/8 \approx 1,625$ $21/13 \approx 1,615$ $34/21 \approx 1,619$

$55/34 \approx 1,617$ ...

À medida que avançamos na divisão dos termos, aproximamo-nos, cada vez mais, do valor de phi (Φ). Trata-se de uma dízima infinita não periódica (número irracional), cujo valor é, aproximadamente, igual a 1,618.

O número de ouro no corpo humano

Para esta atividade, precisas de uma fita métrica e de alguém que te ajude nas medidas.

1. Mede a tua altura, desde os pés à cabeça, e toma nota;

2. Mede também o comprimento do pé até ao teu umbigo e toma nota desse valor;
3. Divide o valor da tua altura total pela altura do umbigo;
4. Verifica que o teu resultado se aproxima do valor de phi (aproximadamente 1,618).

O retângulo de ouro

Vamos fazer construções!

Precisas de papel, lápis, régua, compasso e borracha.

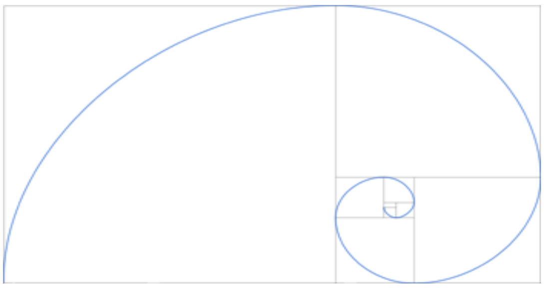
Segue os passos de construção, ponto por ponto:

i. Traça um quadrado qualquer e representa os seus vértices pelas letras A, B, C e D, de tal modo que AB corresponda à sua base. Este quadrado tem lado de comprimento *a*;
ii. Determina o ponto médio M do segmento de reta AB. Traça uma reta perpendicular a este segmento no ponto M (a mediatriz do segmento AB), dividindo o quadrado em duas partes iguais;
iii. Escolhe o retângulo com base AM e traça a sua diagonal, passando por M;
iv. Traça uma semirreta a partir de M, contendo AM;

v. Com a ponta do compasso em M, transfere a medida da diagonal para essa semirreta. Marca o ponto E determinado desta forma.
vi. Traça um novo retângulo, adjacente ao quadrado, utilizando o ponto E como vértice.

A partir desta construção, obténs um retângulo de ouro pequeno e outro grande (que, por sua vez, se decompõe nesse retângulo pequeno e no quadrado). Podes obter novos retângulos de ouro a partir do retângulo pequeno, se este for decomposto num quadrado, de lado coincidente com o seu lado menor, e num novo retângulo (que será um retângulo de ouro)

A espiral de Fibonacci



Já deves ter visto esta forma antes...

Observa as imagens:


Fig. 1 Concha do Náutilos


Fig.2 Cauda do camaleão


Fig. 3 Girassol

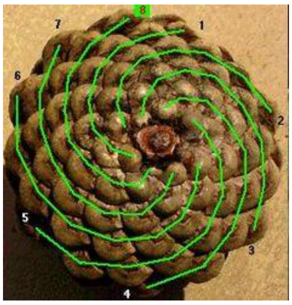


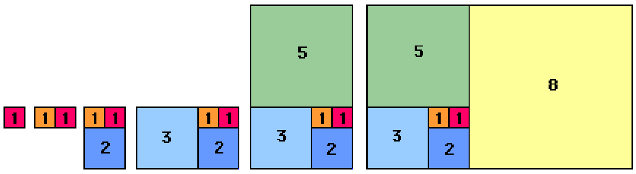
Fig.4 Pinha


Fig.5 Flor


Fig.6 Folha da Bromélia

Em todas elas conseguimos ver a espiral de Fibonacci.

Como a poderemos construir?



FIBONACCI SQUARES

Se seguirmos a construção dos retângulos, como mostra a figura, conseguimos obter uma espiral aproximadamente igual à que encontramos tão frequentemente na natureza.